



Математичний аналіз: функції однієї змінної.

Частина 2. Невизначені, визначені, невласні та Стілтєса інтеграли

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Страхова та фінансова математика
Статус дисципліни	Нормативна
Форма навчання	Очна (денна)/дистанційна
Рік підготовки, семестр	1 курс, весняний семестр
Обсяг дисципліни	240 годин (72 годин – лекції, 72 години – практичні, 96 годин – СРС)
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Екзамен/модульна контрольна робота, розрахункова робота
Розклад занять	на тиждень: лекції – 4 год., практичні – 4 год. http://rozklad.kpi.ua/Schedules/ScheduleGroupSelection.aspx
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: канд. фіз.-мат. наук, доцент Дем'яненко Ольга Олегівна, o.dem@ukr.net Практичні: канд. фіз.-мат. наук, доцент Дем'яненко Ольга Олегівна, o.dem@ukr.net канд. фіз.-мат. наук., старший викладач Сиротенко Антон Володимирович, antonsyrotenko86@gmail.com
Розміщення курсу	https://campus.kpi.ua

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

<p>Цілі дисципліни</p>	<p>Метою освітньої програми є підготовка фахівців, здатних розв'язувати теоретичні задачі та практичні проблеми в галузі математики та математичної статистики, розвивати математичні теорії, будувати та аналізувати математичні моделі в різних галузях науки, зокрема: в економіці, страхуванні та фінансах, поглиблювати і поширювати наукові знання у сфері математики шляхом інтернаціоналізації та інтеграції освіти, наукових досліджень та інноваційної діяльності. Мета освітньої програми відповідає стратегії розвитку КПІ ім. Ігоря Сікорського на 2020-2025 роки щодо формування суспільства майбутнього на засадах концепції сталого розвитку.</p> <p>Також метою навчальної дисципліни є:</p> <ul style="list-style-type: none"> – формування у здобувачів освіти здатності до логічного мислення, розвиток їх інтелектуальних здібностей; – формування необхідної інтуїції та ерудиції у питаннях застосування математики у прикладних задачах та інженерних розрахунках; – набуття вміння доводити розв'язок задачі до практично прийнятного результату – числа, графіка, висновка із застосуванням обчислювальних засобів, таблиць і довідників; – формування вміння самостійно використовувати і вивчати літературу з математики та розвивати гнучкість мислення; – формування вміння самостійно аналізувати одержані результати.
<p>Предмет навчальної дисципліни</p>	<p>Обчислювання невизначених та визначених інтегралів, обчислювання площ, об'ємів за допомогою визначеного інтеграла, обчислювання довжин простих кривих на площині та в просторі за допомогою визначеного інтеграла; обчислювання та досліджування невластних інтегралів на збіжність; обчислювання інтегралів Стільєса для елементарних функцій</p>
<p>Компетентності</p>	<p>Загальні:</p> <p>Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. (ЗК1); Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності (ЗК3); Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями (ЗК7); Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел (ЗК8); Здатність приймати обґрунтовані рішення (ЗК9); Здатність працювати автономно (ЗК12); Здатність проявляти творчий підхід та ініціативу (ЗК16); Здатність критично оцінювати результати своєї діяльності в</p>

	<p>професійній сфері, навчанні і нести відповідальність за вироблення та ухвалення рішень в навчальних контекстах та/або професійній діяльності з урахуванням наукових, соціальних, етичних, правових, економічних аспектів (ЗК17).</p> <p>Фахові:</p> <p>Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання (ФК1);</p> <p>Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок (ФК3);</p> <p>Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих (ФК4);</p> <p>Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів (ФК8);</p> <p>Здатність демонструвати математичну грамотність, послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв'язок та відмінність між ними, навести приклади застосувань у природничих науках (ФК14).</p>
<p>Програмні результати навчання</p>	<p>Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці (РН1);</p> <p>Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень (РН3);</p> <p>Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми (РН4);</p> <p>Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями (РН10);</p> <p>Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей (РН11);</p> <p>Відшуковувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації (РН12);</p> <p>Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних (РН13).</p>

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)

Пререквізити: Навчальна дисципліна «Математичний аналіз: функції однієї змінної. Частина 2» (ПО1.2) вивчається в другому семестрі і базується на знаннях, отриманих при вивченні навчальної дисципліни «Математичний аналіз: функції однієї змінної. Частина 1» (ПО1.1).

Постреквізити: Навчальна дисципліна «Математичний аналіз: функції однієї змінної. Частина 2» (ПО1.2) передує дисциплінам «Математичний аналіз: функції кількох змінних» (ПО2), «Диференціальні рівняння» (ПО8), «Розвиток класичних ідей у сучасній математиці» (ПО14).

3. Зміст навчальної дисципліни

Назва розділів і тем	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Практичн і	СРС
1	2	3	4	5
Розділ 1. Невизначені та визначені інтеграли				
Тема 1.1. Невизначені інтеграли	37	14	16	7
Тема 1.2. Визначені інтеграли	49	26	16	7
МКР - 1	5		2	3
Разом за розділом 1	91	40	34	17
Розділ 2. Невласні інтеграли. Функції обмеженої варіації.				
Тема 2.1. Невласні інтеграли	30	10	12	8
Тема 2.2. Функції обмеженої варіації	28	12	6	10
МКР - 2	5		2	3
Разом за розділом 2	63	22	20	21
Розділ 3. Інтеграл Стільтєса				
Тема 3.1. Інтеграл Стільтєса	41	10	16	15
Разом за розділом 3	41	10	16	15
Розрахункова робота	25			25
Екзамен	20		2	18
Всього годин	240	72	72	96

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. Математика в технічному університеті [Електронний ресурс] : підручник / І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова ; за ред. О. І. Клєсова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 4,01 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – Т. 1. – 496 с.
<http://ela.kpi.ua/handle/123456789/24338>

2. Математика в технічному університеті [Електронний ресурс] : підручник / І. В. Алексєєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Л. Б. Федорова ; за ред. О. І. Клєсова ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 7,61 Мбайт). – Київ : Видавничий дім «Кондор», 2019. – Т. 2. – 504 с.

<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/30396>

3. Дубовик В. П. Вища математика: навч. посібн. / Дубовик В. П., Юрик І. І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.

4. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с.

5. Математика в сучасному технічному університеті. Практикум. У 4-х частинах. Ч. 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія [Електронний ресурс]: навчальний посібник / НТУУ «КПІ»; уклад. І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, [та інші]. – Електронні текстові дані (1 файл: 2,45 Мбайт). – Київ: НТУУ «КПІ». 2015. –180 с.

<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/16606>

6. Математика в сучасному технічному університеті. Практикум. Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної [Електронний ресурс] : навчальний посібник для студентів вищих навчальних закладів / І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний [та ін.]. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,67 Мбайт). – Київ : НТУУ «КПІ», 2015. – 249 с.

<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/16620>

7. Дубовик В. П. Вища математика. Збірник задач: навч. посібн. / В. П. Дубовик, І. І. Юрик. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с.

Додаткова література

8. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз, Ч. 1. К., Либідь, 1994.

9. Невизначені інтеграли: Метод. вказівки до викон. типової розрахунк. роботи з матем. аналізу для студ. 1 курсу фіз.-мат. ф-ту/ Уклад.: З.П. Ординська, Л.А. Репета, В.В. Дрозд. – К.: НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського», 2017-81 с.

10. Інтеграл Рімана: Метод. Вказівки до викон. типової розрахунк. роботи з матем. аналізу для студ. 1 курсу фіз.-мат. ф-ту/ Уклад.: В.В.Дрозд. – К.: НТУУ «КПІ», 2014. – 83с.

Інформаційні ресурси

1. Барановська Г.Г. Практикум з математики. Показникова і логарифмічна функції [Електронний ресурс] // Електронний каталог науково-технічної бібліотеки НТУУ «КПІ». – 2014. – Режим доступу:

http://library.kpi.ua:8991/F/8V7A4N5CQ668NADB87TUH4HRX31QT5QRSDNNK6FLVBFITQ1LTN-00998?func=full-set-set&set_number=754749&set_entry=000025&format=999.

2. Дубовик В.П. Вища математика: навч. посібн. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с. – Режим доступу:

http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNBARSIJGRU6SKIP181-01757?func=full-set-set&set_number=797795&set_entry=000003&format=999

3. Дубовик В.П. Вища математика. Збірник задач: навч. посібн./ Дубовик В.П., Юрик І.І. – К.: А.С.К., 2005. – 648 с. – Режим доступу:

http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNBARSIJGRU6SKIP181-02049?func=full-set-set&set_number=797796&set_entry=000018&format=999

4. Грималюк В.П. Вища математика: У 2 ч.: навч. посіб. / Грималюк В.П., Кухарчук М.М., Ясінський В.В. – К.: Віпол, 2004. – Ч. 1. – 376 с. – Режим доступу:

http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNBARSIJGRU6SKIP181-02550?func=full-set-set&set_number=797798&set_entry=000004&format=999

5. Стрижак Т.Г. Математичний аналіз. Приклади і задачі: навч. посіб. для студ. техніч. вищих закладів / Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р. – К.: Либідь, 1995. – 238 с. – Режим доступу:

http://library.kpi.ua:8991/F/V467KL684MQGAPRA4I9MDIFGD2VHBNMNQBARSIJGRU6SKIP181-03070?func=full-set-set&set_number=797800&set_entry=000016&format=999

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	Первісна функція та її властивості. Достатні умови існування первісної. Приклад розривної функції, для якої не існує первісна. Означення невизначеного інтеграла. Таблиця основних інтегралів. СРС. Інтегрування гіперболічних функцій. Література [1], гл.5, § 1
2	Елементарні властивості невизначеного інтеграла. Заміна змінної та інтегрування частинами в невизначеному інтегралі. Класи функцій, що інтегруються частинами. Елементарні методи інтегрування. Приклади елементарних функцій, невизначений інтеграл від яких не є елементарною функцією. СРС. Повторне інтегрування частинами. Література [1], гл.5, §1
3	Означення елементарних дробів. Інтегрування елементарних дробів I-III типів. Рекурентна формула і метод Остроградського інтегрування елементарного дроби IV типу. Література [11], гл.8, § 8.5
4	Елементи теорії многочленів: теорема про рівність двох многочленів, теорема Безу, теорема Гаусса (основна теорема алгебри). СРС. Схема Горнера. Література [11], гл.8, § 8.4
5	Теорема про розклад многочлена на множники. Теорема про розклад многочлена з дійсними коефіцієнтами на множники. Теорема про представлення правильного раціонального дроби у вигляді суми елементарних дробів. Література [11], гл.8, §8.5
6	Інтегрування раціональних дробів. Метод Остроградського інтегрування правильного раціонального дроби. Означення раціональної функції однієї та двох змінних. Інтегрування раціональної функції від тригонометричних функцій. Література [11], гл.8, § 8.7
7	Інтегрування деяких ірраціональних функцій. Підстановки Ейлера. Інтегрування диференціальних біномів. Теорема Чебишова. СРС. Інтеграл, що не виражаються через елементарні функції. Література [11], гл.8, § 8.9 § 8.10 .
8	Задачі, які приводять до визначеного інтеграла (площа криволінійної трапеції; шлях, який пройшла матеріальна точка при прямолінійному нерівномірному русі). Означення

	<p>визначеного інтеграла за Ріманом на відрізку. Необхідна умова існування інтеграла Рімана. Приклад Діріхле функції, для якої не існує визначений інтеграл Рімана. Означення сум Дарбу, їх геометрична інтерпретація. Властивості сум Дарбу. Означення інтегралів Дарбу. Необхідні та достатні умови існування інтеграла Дарбу. Означення коливання функції на відрізку. Запис необхідних і достатніх умов існування інтеграла Дарбу через коливання функції на відрізку.</p> <p>Література [11], гл.9, §9.3.</p>
9	<p>Теорема Дарбу про еквівалентність інтегровності функції за Ріманом і за Дарбу. Теорема про інтегровність за Ріманом функції, неперервної на відрізку.</p> <p>СРС. Критерій Рімана інтегрованості функцій.</p> <p>Література [11], гл.9, § 9.4</p>
10	<p>Класи функцій, інтегровних за Ріманом. Властивості інтеграла Рімана: лінійність, адитивність відносно проміжку інтегрування, інтегрування нерівностей, груба оцінка інтеграла. Теорема про середнє для визначеного інтеграла.</p> <p>Література [11], гл.9, § 9.5.</p>
11	<p>Визначений інтеграл Рімана як функція змінної верхньої границі інтегрування. Теорема Барроу (про рівномірну неперервність і похідну по змінній верхній границі інтегрування інтеграла від неперервної функції на сегменті). Теорема про існування первісної для неперервної функції на відрізку. Формула Ньютона-Лейбніца та її наслідки (формула Лейбніца, інтегрування періодичної функції по періоду).</p> <p>СРС. Інтегральні нерівності Коші-Буняковського. Узагальнена формула Ньютона-Лейбніца.</p> <p>Література [11], гл.9, § 9.8 §9.9.</p>
12	<p>Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування парної і непарної функцій по симетричному відрізку. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі. Приклади.</p> <p>Формула Стірлінга.</p> <p>СРС. Формула Валліса.</p> <p>Література [4], гл.9, §9.7 §9.18.</p>
13	<p>Поняття площі плоскої фігури. Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ плоских фігур. СРС Площа фігури, обмеженої кривою, що задана параметрично.</p> <p>Література [11], гл.10, §10.1.</p>
14	<p>Поняття об'єму. Обчислення об'ємів тіл по відомих площах паралельних перерізів, об'єми тіл обертання.</p> <p>СРС Об'єм тіла обертання в полярній системі координат.</p> <p>Література [11], гл.10, § 10.2.</p>
15	<p>Означення векторної функції. Границя і неперервність векторної функції, їх властивості. Означення похідної векторної функції, нескінченно малої векторної функції відносно скалярної функції.</p> <p>Література [11], гл.6, § 6.5.</p>
16	<p>Диференційовність векторної функції в точці: означення, необхідна і достатня умова диференційовності. Диференціал, формула Тейлора і теорема Лагранжа про середнє для векторної функції.</p> <p>Література [11], гл.6, § 6.6.</p>
17	<p>Означення довжини дуги кривої як точної верхньої межі довжин ламаних, вписаних в</p>

	<p>дугу. Параметризація кривої. Означення гладкої кривої. Теорема про спрямлюваність гладкої кривої. Параметризація кривої натуральним параметром.</p> <p>СРС. Кривина кривої.</p> <p>Література [11], гл.6, §6.7.</p>
18	<p>Параметризація гладкої дуги натуральним параметром. Формули обчислення довжини гладкої кривої. Теорема про еквівалентність довжини гладкої дуги і довжини хорди, що її стягує.</p> <p>Література [11], гл.6, §6.7.</p>
19	<p>Площа поверхні тіл обертання. Еквівалентне означення довжини незамкненої гладкої дуги як границі довжини ламаної, вписаної в неї, при необмеженому зменшенні діаметру поділу. Диференціал дуги.</p> <p>СРС. Площа поверхні обертання в полярній системі координат.</p> <p>Література [11], гл.10, §10.4</p>
20	<p>Наближене обчислення визначених інтегралів. Квадратурні формули прямокутників і трапецій. Формула Сімпсона.</p> <p>СРС. Загальна квадратурна формула.</p> <p>Література [11], гл.10, §10.8</p>
21	<p>Невласні інтеграли I роду (від обмеженої функції по необмеженому проміжку інтегрування): означення, властивості та геометричний зміст. Критерій Коші збіжності інтеграла, формула Ньютона-Лейбніца. Ознаки порівняння збіжності невластних інтегралів I роду від невід'ємних функцій.</p> <p>Література [4], гл.9, §9.12</p>
22	<p>Абсолютна і умовна збіжність невластних інтегралів I роду. Теореми Діріхле і Абеля про умовну збіжність невластних інтегралів I роду. Приклади.</p> <p>Література [11], гл.9, § 9.13-9.14.</p>
23	<p>Невласні інтеграли II роду (від необмежених функцій по скінченному проміжку інтегрування): означення, властивості та геометричний зміст. Умови збіжності: теорема порівняння, абсолютна і умовна збіжність (теореми Діріхле і Абеля). теорема про зв'язок невластних інтегралів II роду з невластними інтегралами I роду. Головні значення невластних інтегралів.</p> <p>СРС. Невласні інтеграли з особливостями в кількох точках.</p> <p>Література [11], гл.9, § 9.14.</p>
24	<p>Приклади важливих невластних інтегралів (інтегральний синус і косинус, інтеграл Френеля), їх збіжність. Гамма-функція Ейлера: означення, збіжність, основна властивість. Узагальнення факторіала. Графік гамма-функції.СРС. Обчислення значень гамма-функцій при деяких значеннях аргумента.Література [1], гл.13, § 5.</p>
25	<p>Бета-функція Ейлера: означення, зведення до невластного інтеграла I роду. Зв'язок бета-функції з гамма-функцією Ейлера, збіжність.</p> <p>СРС. Обчислення значень бета-функцій при деяких значеннях аргумента.</p> <p>Література [1], гл.13, §5.</p>
26	<p>Монотонні функції та їх властивості. Означення стрибка монотонно неспадної функції в точці. Теорема про обмеженість суми стрибків монотонно неспадної функції. Означення функції стрибків.</p>

	Література [1], гл.9, §2.
27	Теорема про представлення монотонно неспадної функції на сегменті у вигляді суми монотонно неспадної неперервної функції і функції стрибків. Означення зміни функції, варіації функції, функції обмеженої варіації на сегменті. Теорема: монотонна функція на сегменті є функцією обмеженої варіації на цьому сегменті. Література [1], гл.9, §1.
28	Приклад неперервної функції, яка не є функцією обмеженої варіації. Властивості функцій обмеженої варіації: невід'ємність, адитивність відносно проміжку, обмеженість, варіація функції на змінному проміжку. Література [1], гл.9, §2.
29	Необхідна і достатня умова того, що функція є функцією обмеженої варіації (теорема Жордана). Класи функцій обмеженої варіації. СРС. Обчислення варіацій для конкретних функцій. Література [1], гл.9, §2.
30	Неперервні функції обмеженої варіації: властивості, теорема Жордана, еквівалентне означення варіації функції на відрізьку. Література [1], гл.9, §2.
31	Теорема про представлення функції обмеженої варіації на сегменті у вигляді суми функції стрибків і неперервної функції на цьому сегменті. Теорема Жордана: необхідна і достатня умова спрямлюваності неперервної дуги кривої. СРС. Приклади неспрямлюваних кривих. Література [1], гл.9, §2
32	Означення інтеграла Рімана-Стільтьєса. Означення сум та інтегралів Дарбу-Стільтьєса, їх властивості. Приклад функції, для якої не існує інтеграл Рімана-Стільтьєса. Загальний критерій інтегровності за Ріманом-Стільтьєсом. Теорема про існування інтеграла Рімана-Стільтьєса у випадках неперервної функції і функції обмеженої варіації на сегменті інтегрування. СРС. Інші критерії інтегровності функції за Ріманом-Стільтьєсом. Література [1], гл.9, §3.
33	Властивості інтеграла Рімана-Стільтьєса. Інтегрування частинами в інтегралі Рімана-Стільтьєса. Формули обчислення: для неперервної функції і для неперервної функції крім скінченного числа точок розриву I роду на сегменті інтегрування. Приклад. Література [1], гл.9, §3.
34	Рівномірна збіжність послідовності функцій. Перехід до границі під знаком інтеграла Рімана. Література [1], гл.9, §3
35	Перехід до границі під знаком інтеграла Рімана-Стільтьєса. Теорема Хеллі про граничний перехід. Література [1], гл.9, §3.
36	Оглядова лекція.

Практичні заняття

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
-------	--

1	Контрольна робота "Збереження знань" КР33-1.
2	Знаходження невизначених інтегралів безпосереднім зведенням до табличного. СРС Таблиця інтегралів. Література: [5], гл. 1, § 1.
3	Знаходження невизначених інтегралів методом заміни змінної. Література: [11], гл. 1, § 1.
4	Інтегрування частинами в невизначеному інтегралі. СРС Інтегральний синус та косинус. Література: [5], гл. 1, § 1.
5	Інтегрування раціональних дробів. СРС Розкладання раціональних дробів на елементарні. Література: [5], гл. 1, § 2.
6	Метод Остроградського інтегрування раціональних дробів. Література: [5], гл. 1, § 2
7	Інтегрування тригонометричних функцій. СРС. Рекурентні формули для інтегралів від тригонометричних функцій. Література: [5], гл. 1, § 4
8	Інтегрування ірраціональних функцій. Дробово-лінійна та квадратична ірраціональність. Інтегрування ірраціональних функцій за допомогою тригонометричних підстановок. СРС Інтегрування ірраціональних функцій за допомогою гіперболічних підстановок. Література: [5], гл. 1, § 4.
9	Інтегрування ірраціональних функцій за допомогою підстановок Ейлера. Інтегрування диференціальних біномів. СРС Теорема Чебишова. Література: [5], гл. 1, § 5
10	Обчислення визначених інтегралів за означенням. Застосування формули Ньютона-Лейбніца. СРС Узагальнена формула Ньютона-Лейбніца. Література: [5], гл. 2, § 6.
11	Заміна змінних і інтегрування частинами у визначеному інтегралі. СРС Рекурентні формули для обчислення інтегралів від тригонометричних функцій. Література: [5], гл. 2, § 6
12	Обчислення площі плоскої фігури. СРС Побудова графіків функцій заданих параметрично та в полярній системі координат. Література: [5], гл. 2, § 7.
13	Обчислення об'ємів через площі паралельних перерізів та об'ємів тіл обертання. СРС Побудова графіків поверхонь 2-го порядку. Література: [5], гл. 2, § 8.
14	Вектор-функції. Література: [5], гл. 2, § 7.
15	Знаходження довжини дуги. СРС Побудова кривих на площині та в просторі. Література: [5], гл. 2, § 7.

16	Знаходження площі поверхні обертання. СРС Побудова графіків поверхонь обертання. Література: [5], гл. 2, § 8.
17	Контрольна робота МКР-1
18	Наближене обчислення визначених інтегралів. Література: [5], гл. 2, §10.
19	Обчислення невласних інтегралів I роду. Дослідження їх на збіжність. Література: [5], гл. 3, § 12.
20	Обчислення невласних інтегралів II роду. Дослідження їх на збіжність. СРС Невласні інтеграли з особливостями в кількох точках. Література: [5], гл. 3, § 11.
21	Абсолютна і умовна збіжність невласних інтегралів. Теореми Діріхле і Абеля. Література: [5], гл. 3, § 11.
22	Гамма-функція Ейлера. Література: [5], гл. 3, § 11.
23	Бета- функція Ейлера. Література: [5], гл. 3, § 11.
24	Функції обмеженої варіації. Знаходження зміни і повної варіації функції на сегменті. Література: [5], гл. 3, §12.
25	Представлення монотонної функції у вигляді суми неперервної та дискретної частини. Представлення функції обмеженої варіації у вигляді двох монотонно неспадних (монотонно зростаючих) функцій. Література: [5], гл. 3, §12.
26	Спрямовані криві. Література: [5], гл. 3, §12.
27	Контрольна робота МКР-2.
28	Інтеграл Стільтєса: означення і властивості. Література: [6], гл.IX, § 2.
29	Безпосереднє обчислення інтеграл Стільтєса. Література: [6], гл.IX, § 2.
30	Інтегрування частинами в інтегралі Стільтєса. Література: [6], гл.IX, § 2.
31	Застосування інтеграла Стільтєса. Література: [6], гл.IX, § 3.
32	Рівномірна збіжність послідовності функцій. Література: [5], гл. V, §17.
33	Перехід до границі під знаком інтеграла Рімана. Література: [6], гл.IX, § 3.
34	Перехід до границі під знаком інтеграла Рімана-Стільтєса. Література: [6], гл.IX, § 3.
35	Оглядове заняття.
36	Підготовка до екзамену.

6. Самостійна робота

Самостійна робота студента по вивченню дисципліни включає такі види роботи:

- підготовка до лекційних та практичних занять, виконання домашніх завдань;
- виконання домашньої контрольної роботи (тестові завдання в дистанційних курсах на платформі Moodle);
- підготовка та виконання модульної контрольної роботи;
- підготовка до іспиту;
- самостійне вивчення окремих тем.

№ з/п	Назва теми, що виноситься на самостійне опрацювання
1	Розділ 2. Наближене обчислення числа e . <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.2 § 3,4
2	Розділ 2. Властивості модуля неперервності функції. <i>Рекомендована література:</i> [11], гл.4 § 4.4.
3	Розділ 3. Фізичний зміст похідної. <i>Рекомендована література:</i> [11], гл.5 § 5.1
4	Розділ 3. Похідні гіперболічних функцій. <i>Рекомендована література:</i> [11], гл.5 § 5.1,5.3-5.4
5	Розділ 3. Застосування диференціала в наближених обчисленнях. <i>Рекомендована література:</i> [11], гл.5 § 5.3-5.4
6	Розділ 3. Формули Маклорена для гіперболічних функцій. <i>Рекомендована література:</i> [11], гл.5 § 5.10
7	Розділ 3. Асимптоти графіка функції, заданої параметрично. <i>Рекомендована література:</i> [1], гл.4 § 4

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Рекомендовані методи навчання: вивчення основної та допоміжної літератури за тематикою лекцій, розв'язування задач на практичних заняттях та при виконанні домашніх робіт.

Студенту рекомендується вести докладний конспект лекцій. Важливим аспектом якісного засвоєння матеріалу, відпрацювання методів та алгоритмів вирішення основних завдань дисципліни є самостійна робота. Вона містить читання літератури, огляд літератури за темою, підготовку до занять, виконання домашньої контрольної роботи, виконання завдань ДКР з подальшим захистом, написання тестів, підготовку до МКР та іспиту.

Академічна доброчесність

Політика та принципи академічної доброчесності визначені у розділі 3 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

Норми етичної поведінки

Норми етичної поведінки студентів і працівників визначені у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського». Детальніше: <https://kpi.ua/code>

8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO) (очна\дистанційна форма)

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Навч. час		Розподіл навчальних годин			Контрольні заходи		
	Кредити	Акад. год.	Лекції	Практичні	СРС	МКР	РГР	Семестр. атест.
2	8	240	72	72	96	2	2	екзамен

На першому занятті здобувачі ознайомлюються із рейтинговою системою оцінювання (PCO) дисципліни, яка побудована на основі Положення про систему оцінювання результатів навчання https://document.kpi.ua/files/2020_1-273.pdf.

Поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий), МКР, РГР.

Календарний контроль: проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силябусу, результати якого відображаються в системі Електронний кампус <https://campus.kpi.ua>.

Рейтингова система оцінювання включає всі види тестування: контрольні роботи, якість виконання ДКР. Кожний студент отримує свій підсумковий рейтинг з дисципліни.

Рейтинг студента з кредитного модуля розраховується виходячи із 100-бальної шкали складається з балів, які він отримує за:

- виконання самостійних робіт на практичних заняттях, написання тестів;
- написання модульної контрольної роботи;
- виконання розрахункової роботи (РГР) із подальшим захистом;
- колоквіум.

Робота на практичних заняттях

Ваговий бал 1 за кожен самостійну роботу, або виконаний тест

- якщо задачі повністю розв'язані, то здобувач отримує максимальну кількість запланованих балів;
- якщо відповідь правильна, але у розв'язку є неточності, то здобувач отримує відсоток від максимуму, який вказується в нормі оцінювання самостійної роботи, або запрограмований у тесті;
- якщо незадовільні відповіді, метод розв'язування задач неправильний, або у випадку відсутності на заході – 0 балів

Максимальний бал $10=1 \times 10$

Модульна контрольна робота

Модульна контрольна робота складається з двох частин

Ваговий бал кожної частини 10

МКР-1 «Невизначені та визначені інтеграли»

МКР-2 «Невласні інтеграли. Функції обмеженої варіації»

Критерії оцінювання

- повна відповідь на всі завдання (більше 90% матеріалу) 9 – 10 балів;
- неповна відповідь на завдання (від 50 до 90% матеріалу) 5 – 8 балів;
- відповідь містить менше 50 % необхідної інформації 0 – 4 бали.

Відсутність на контрольній роботі – 0 балів.

Максимальний бал $10 \times 2 = 20$

Розрахункова робота

Домашня контрольна робота складається з двох частин

РГР-1 «Невизначені та визначені інтеграли»

Ваговий бал 10

РГР-2 «Невласні інтеграли. Функції обмеженої варіації»

Ваговий бал 5

Розрахункова робота виконується і захищається частинами, що за змістом відповідають модульній контрольній роботі. Кожна частина РГР здається в терміни, встановлені викладачем.

При виконанні менше 60% РГР вона не зараховується і повинна бути доопрацьована.

Максимальний бал 15

Колоквіум.

Колоквіум проводиться лектором, як різновид контролю поточних знань. Форма проведення колоквіуму узгоджується зі студентами – це може бути усне опитування. Або ділова гра.

Максимальний бал 5.

Штрафні та заохочувальні бали

Штрафні бали можуть накладатись за несвоєчасне виконання всіх видів робіт. Заохочувальні бали можуть нараховуватись за удосконалення дидактичного матеріалу, за участь в наукових конференціях та олімпіадах з вищої математики.

Максимальна кількість штрафних (заохочувальних) балів не перевищує 10% (5 балів)

Форма семестрового контролю – екзамен

Ваговий бал кожного завдання 10

На екзамені студенти виконують письмову екзаменаційну роботу. Білет складається з 2 теоретичних питань і 3 практичних завдань.

Критерії оцінювання

- «відмінно»: повна відповідь на всі завдання (не менше 90% потрібної інформації; повне, безпомилкове розв'язування завдань) 9 – 10 балів;
- «добре»: достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації) або є незначні неточності 7 – 8 балів;
- «задовільно»: неповна відповідь на завдання (не менше 60%) та є помилки і певні недоліки 5 – 6 балів;
- «незадовільно»: відповідь не відповідає умовам до «задовільно» (незадовільна відповідь, неправильний метод розв'язування) 0 – 4 бали.

Максимальний бал $10 \times 5 = 50$

Розмір стартової шкали $R_c = 50$ балів. Розмір екзаменаційної шкали $R_e = 50$ бали.

Розмір шкали рейтингу $R = R_c + R_e = 100$ балів.

Умови позитивної проміжної атестації.

Для отримання “зараховано” з першої (8 тиждень) та другої проміжної атестації (14 тиждень) студент повинен мати не менше ніж 50% можливих балів на момент проведення календарного контролю.

Перескладання позитивної підсумкової семестрової атестації з метою її підвищення не допускається.

Студент допускається до екзамену, якщо його рейтинг семестру не менший 30 балів, при цьому він повинен мати зараховані модульні контрольні роботи та РГР (виконано не менше, ніж на 60%).

Студенти, які в кінці навчального семестру мають стартовий рейтинг $R_C < 20$ балів до екзамену не допускаються і повинні виконати додаткові завдання до першого перскладання.

Студенти з рейтингом $20 \leq R_C < 30$ мають можливість добрати бали до допускових, шляхом виконання допускової контрольної роботи на останньому тижні навчального семестру.

Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою:

Кількість балів	Оцінка
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно

– **Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компоненту)**

У випадку дистанційної форми навчання організація освітнього процесу здійснюється з застосуванням електронної пошти, Telegram, відео-конференцій в Zoom та освітньої платформи Moodle.

Поточний контроль може проводитись у вигляді тестових контрольних робіт в Moodle.

Екзаменаційна оцінка може бути виставлена «автоматом» за формулою шляхом перерахунку стартових балів за 100-бальною шкалою:

$$R = 60 + 40 \frac{(R_I - R_D)}{R_C - R_D}$$

та переводиться до екзаменаційної оцінки згідно з таблицею 1.

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено: Доцентом кафедри МА та ТЙ, канд. фіз.-мат. наук, доцентом Дем'яненко О.О.

Ухвалено: кафедрою МА та ТЙ (протокол № 12 від 19.06.2023 р.)

Погоджено: Методичною комісією ФМФ (протокол № 10 від 27.06.2023 р.)